



Mathématiques et civilisation

ANDRÉ ROSS
CÉGEP DE LÉVIS-LAUZON

Les mathématiques et la représentation du réel

Dans la civilisation occidentale, les mathématiques ont été associées assez tôt à la démarche de description de l'Univers et des phénomènes qui s'y produisent. Il suffit d'observer le Soleil, la Lune, lorsqu'elle est pleine, leur retour régulier jour après jour pour associer le cercle ou la sphère à leur trajectoire. Les triangles et les corps réguliers ont également été utilisés pour construire une représentation mentale de l'Univers de plus en plus libérée du mythe.

PYTHAGORE (VERS ~569 À ~475)

L'intérêt des pythagoriciens pour les nombres et la géométrie leur vient probablement de l'astronomie. À l'époque de Thalès, les principales constellations étaient déjà connues et Pythagore, qui s'y intéressait beaucoup, avait observé que chaque constellation présente deux caractéristiques : le nombre d'étoiles qu'elle comporte et la figure géométrique formée par celles-ci. Cette constatation était, pour les pythagoriciens, une motivation suffisante pour s'adonner à l'étude des nombres et des figures géométriques. Comme chaque constellation a un nombre qui lui est associé, chaque objet doit être associé à un nombre qui lui est propre. C'est ce qu'exprime le pythagoricien Philolaos de Crotone en disant :

Toute chose a un nombre ; c'est pourquoi il est impossible qu'une chose sans nombre puisse être conçue ou connue.

Les pythagoriciens vouaient un culte à la *décade* ou nombre dix qui est la somme des points de la Tetraktys. C'était pour eux un symbole ésotérique fondamental et ils étaient convaincus que l'Univers devait être constitué de dix corps célestes.



FIG. 1 – Tetraktys, symbole ésotérique fondamental des pythagoriciens.

Dans son modèle de l'Univers, le pythagoricien Philolaos de Crotonne invente un feu central et une planète appelée « anti-Terre » qui nous cache le feu central. Il obtient ainsi un modèle de l'Univers conforme à cette croyance. La Terre n'est pas le centre de l'Univers, qui est occupé par le feu central. Le Soleil est un miroir qui tourne en un an autour du feu central et nous en réfléchit la lumière. Le principe du mouvement des astres est ainsi acquis et l'année « terrestre » s'explique par rapport au Soleil.

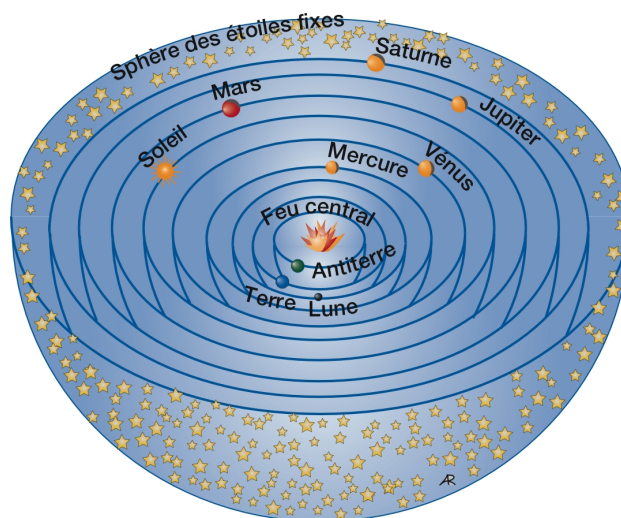


FIG. 2 – Modèle de Philolaos de Crotonne. Le Soleil est un miroir qui reflète la lumière émise par le feu central.

LES ÉLÉMENTS

Un des problèmes auxquels les savants grecs se sont attaqués est celui des éléments. De quoi ultimement est constitué l'Univers ? Quelle est la brique fondamentale ? Plusieurs tentatives de réponse ont été données par les diverses écoles de philosophie. Thalès croyait que tout est constitué d'un seul élément fondamental, l'eau. Pour Anaximandre, le principe fondamental est l'*apeiron* (l'indéfini ou infini, au sens d'inachevé), une sorte de chaos primitif d'où proviennent les différents éléments par séparation des contraires. Pour Anaximène, cet élément est l'air. Il affirme que l'air est sujet à se transformer selon des modalités précises. Il peut se condenser pour devenir successivement vent, nuage, eau, terre, pierre. L'air peut également se raréfier pour devenir feu. Héraclite d'Éphèse considérait le feu comme substance primordiale qui, par condensation et raréfaction, donne naissance aux phénomènes du monde sensible. Pour les pythagoriciens, tout est nombre, mais il ne faut pas entendre le nombre au sens qu'on lui donne aujourd'hui.

Parménide (vers ~515 à ~450) s'est particulièrement intéressé au problème de l'être et, dans sa réflexion, il oppose l'être au non-être. L'être est un, immobile, impassible, immuable, indivisible et fini. Il en découle que tout ce qui existe a toujours existé, c'est la permanence de l'être. L'être est non seulement présent, il est nécessaire, indivisible et immobile. En affirmant la permanence de l'être, Parménide soulevait des questions importantes : si l'Univers est constitué d'un seul élément qui ne peut changer, comment expliquer le changement ? Comment expliquer la diversité ? Comment expliquer le début de l'Univers ?

Dans la conception grecque, un élément est indécomposable et inaltérable. Si tout est constitué d'un seul et même élément, comment expliquer le changement ? Comment expliquer que le bois pourrit s'il est constitué d'un seul élément qui ne peut se décomposer ni s'altérer ?

C'est Empédocle d'Agrigente qui dénoue l'impasse en développant la théorie des quatre éléments empruntée aux Ioniens. Chaque corps est constitué de quatre éléments : terre, eau, air et feu. Les propriétés d'un corps dépendent de la proportion de chacun des éléments qui entrent dans sa constitution. Toute modification de cette proportion résulte en une altération du corps. Un corps qui perd une partie de l'un de ses éléments se transforme

parce que la proportion des éléments a été modifiée.

La théorie d'Empédocle soulève une autre question « Pourquoi seulement quatre éléments ? » Platon a recours à la fois aux sens et aux mathématiques pour répondre à ce questionnement. Selon son raisonnement, l'Univers comporte l'élément terre, car il est tangible (sens du toucher). Il comporte également l'élément feu car l'Univers est visible (sens de la vue). Pour réunir ces deux éléments, il en faut au moins un autre qui définira le rapport entre les deux premiers.

S'il y avait seulement trois éléments, l'Univers serait un plan et non un solide. Pourquoi ? Parce que pour construire une proportion avec des nombres plans, il suffit de trois termes, qui constituent alors la proportion suivante :

$$\frac{a^2}{ab} = \frac{ab}{b^2}$$

Ces trois termes sont reliés par le développement binomial suivant :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

La représentation géométrique utilisant les termes, a^2 , ab et b^2 indique bien que ce que l'on obtient en réunissant deux éléments à l'aide d'un troisième qui forme proportion est nécessairement une surface plane. Cependant, l'Univers n'est pas plan, il est solide (tridimensionnel). Il ne peut donc être constitué de seulement trois éléments.

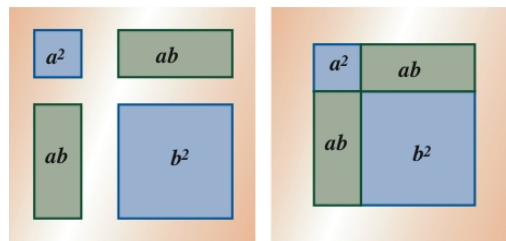


FIG. 3 – Figure plane formée de trois éléments. L'élément ab est la médiété (moyenne proportionnelle) entre les deux autres.

Entre deux nombres solides, deux moyennes géométriques sont nécessaires, soit a^2b et ab^2 , en effet :

$$\frac{a^3}{a^2b} = \frac{ab^2}{b^3}$$

comme on le constate en simplifiant les rapports de la proportion. Ainsi, pour construire un univers solide (tridimensionnel), il faut quatre composantes qui sont :

$$a^3, a^2b, ab^2, b^3.$$

Ces quatre termes sont également reliés par le développement binomial suivant :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

En se combinant, ces éléments vont former un solide.

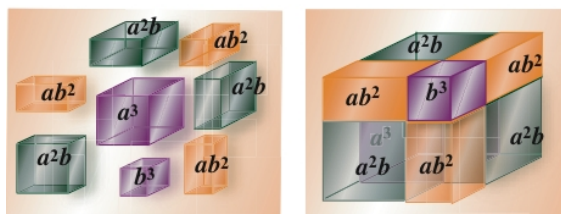


FIG. 4 – Figure solide formée de quatre éléments. Les éléments a^2b et ab^2 sont les médiétés (moyens proportionnels) entre les deux autres.

L'Univers doit donc être constitué de quatre éléments, soit : terre, eau, air et feu, dont le rapport est :

$$\frac{\text{feu}}{\text{air}} = \frac{\text{eau}}{\text{terre}}$$

Dans la conception de Platon, l'Univers est nécessairement constitué de quatre éléments, deux dont l'existence est garantie par le toucher et la vue, et les deux autres par la nécessité d'avoir deux moyens proportionnels pour construire un solide.

Forme de l'Univers

Platon considère que l'Univers est un être vivant et il a de nouveau recours à la géométrie pour en décrire la forme. Pour lui, c'est la sphère, figure parfaite, qui a servi pour concevoir le plan de l'Univers. Il se fonde sur le fait que, comme être vivant, l'Univers n'a besoin ni de bras ni de jambes, car le seul mouvement dont il est animé c'est la rotation.

Comme figure, il lui donna celle qui lui convenait et qui lui était apparentée. Au vivant qui doit envelopper tous les vivants, la figure qui pourrait convenir c'était celle où s'inscrivent

toutes les autres figures. Aussi est-ce la figure d'une sphère, dont le centre est équidistant de tous les points de la périphérie, une figure circulaire, qu'il lui donna comme s'il travaillait sur un tour – figure qui entre toutes est la plus parfaite et la plus semblable à elle-même, convaincu qu'il y a mille fois plus de beauté dans le semblable que dans le dissemblable.

Tel fut au total le plan du dieu [...]. En conformité avec ce plan, il fit un corps lisse et uniforme, en tout point équidistant de son centre, un corps complet, un corps parfait constitué de corps parfaits. [...] Il a ainsi constitué un ciel circulaire entraîné bien entendu dans un mouvement circulaire, un ciel unique, seul de son espèce, solidaire, mais capable en raison de son excellence de vivre en union avec lui-même, sans avoir besoin de quoi que ce soit d'autre, se suffisant à lui-même comme connaissance et comme ami.

Triangles et corps réguliers

Lors de son séjour en Italie du sud, Platon s'était lié d'amitié avec les pythagoriciens Philolaos, Archytas et Timée. À leur contact, il approfondit ses connaissances en arithmétique, en astronomie et en musique. Archytas de Tarente l'initie aux corps réguliers et à leurs propriétés, et Platon associe ces corps réguliers aux quatre éléments d'Empédocle et du vivant.

On commencera par la première espèce, celle qui est la plus petite par sa composition ; elle a pour élément le triangle dont l'hypoténuse a une longueur double du plus petit côté¹. Si on juxtapose deux triangles de cette sorte par leur hypoténuse, et si on répète l'opération trois fois en faisant se rejoindre les hypoténuses et les petits côtés en un même point comme en un centre, on engendre un triangle équilatéral unique à partir de triangles élémentaires au nombre de six.

Quatre de ces triangles équilatéraux forment, à raison de trois angles plans, un seul angle solide, celui qui vient juste après le plus obtus des angles. Et lorsque quatre de ces angles sont formés, se trouve constituée la première espèce de solide qui divise un tout sphérique en parties égales et semblables.

¹Ce triangle rectangle est également connu pour avoir des angles aigus de 30° et 60°.

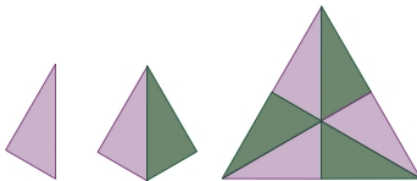


FIG. 5 – Triangle équilatéral engendré à partir du triangle dont l'un des côtés est la moitié de l'hypoténuse.

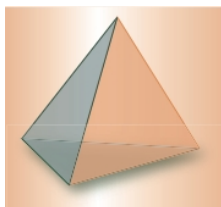


FIG. 6 – Tétraèdre formé de quatre triangles équilatéraux. Pour Platon, le tétraèdre est la forme de l'atome de feu.

Il poursuit en expliquant qu'en regroupant huit triangles équilatéraux, on forme l'octaèdre, seul corps régulier à huit faces. Pour Platon, l'octaèdre est la forme de l'atome d'air.

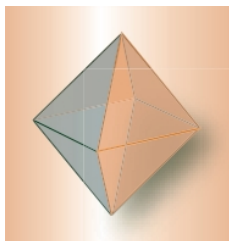


FIG. 7 – Octaèdre formé de huit triangles équilatéraux. Pour Platon, l'octaèdre est la forme de l'atome d'air.

Platon poursuit sa description en expliquant qu'avec vingt triangles équilatéraux, on peut former l'icosaèdre, qui est le seul corps régulier à 20 faces.

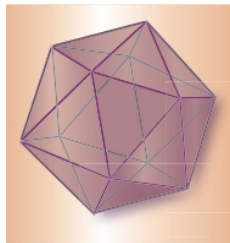


FIG. 8 – Icosaèdre formé de vingt triangles équilatéraux. Pour Platon, l'icosaèdre est la forme de l'atome d'eau.

Platon poursuit sa description en considérant le triangle isocèle rectangle. En regroupant quatre de ces triangles, on obtient le carré. Puis à l'aide de six carrés, on obtient l'hexaèdre, qui pour lui est la forme de l'élément terre.



FIG. 9 – Carré formé de quatre triangles isocèles rectangles.

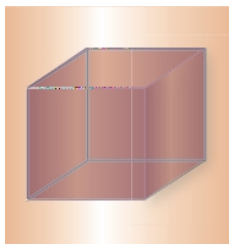


FIG. 10 – Hexaèdre formé de six carrés. Pour Platon, l'hexaèdre est la forme de l'atome de terre.

Il restait un seul corps régulier, le dodécaèdre formé de douze faces pentagonales. C'est la forme utilisée pour les figures animales.

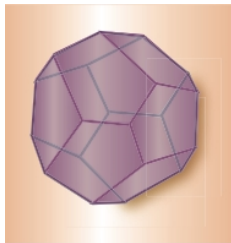


FIG. 11 – Dodécaèdre formé de douze pentagones réguliers. Pour Platon, le dodécaèdre est la forme fondamentale des figures animales.

L'utilisation que fait Platon des mathématiques n'est pas sans étonner de nos jours. Cette utilisation est cependant cohérente avec sa théorie de la connaissance. Au contact des pythagoriciens, Platon avait adopté l'idée de l'éternité de l'âme et en fit la pierre angulaire de sa philosophie. Il professait que l'âme est immortelle et qu'elle a la possibilité de contempler le monde des Idées entre deux réincarnations. La connaissance est obtenue en retrouvant le souvenir de ces Idées, c'est la *réminiscence*. Dans la recherche de ces souvenirs, toute association d'idées est recevable et, en ce sens, l'utilisation que Platon fait des mathématiques est cohérente avec sa théorie de la connaissance.

Pour Platon, l'Univers est constitué de sphères concentriques. La sphère extérieure est celle des étoiles dites « fixes », car elles conservent la même disposition les unes par rapport aux autres. Chaque planète est fixée sur une sphère dont la rotation confère à la planète une trajectoire circulaire (figure 12).

EUDOXE ET LES SPHÈRES HOMOCENTRIQUES

Les astronomes grecs avaient constaté que la théorie des trajectoires circulaires ne rendait pas parfaitement compte de la trajectoire des planètes. Le mouvement observé n'est pas uniforme, contrairement à la théorie selon laquelle les mouvements des planètes devaient être continus et circulaires. L'observation révélait des variations apparentes de la distance (distance Terre- Lune) et de la luminosité, des arrêts et des retours en arrière (mouvements rétrogrades). Pour concilier la théorie et les observations, les astronomes ont eu recours à divers artifices.

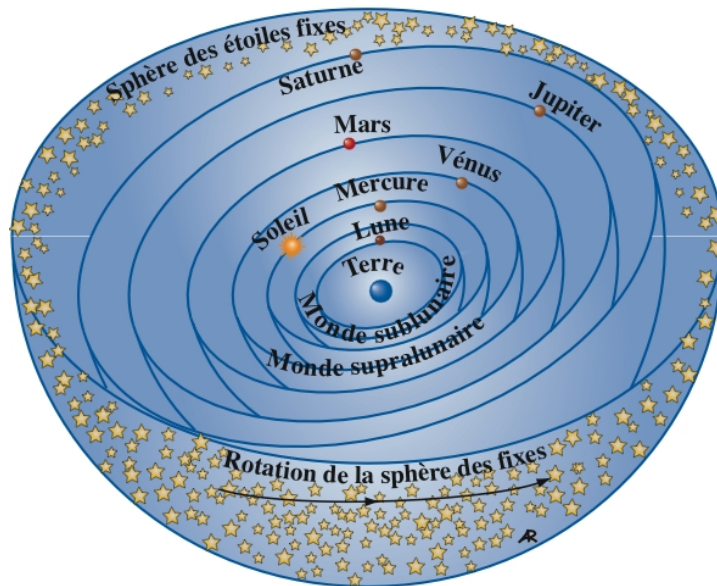


FIG. 12 – Modèle platonicien de l’Univers. Les planètes sont portées par des sphères. Le tout est animé de deux mouvements, celui de la sphère des fixes et celui des sphères portant les planètes dont la rotation confère à chaque planète une trajectoire circulaire dans un même plan appelé « plan de l’écliptique ».

Les planètes ont parfois un comportement intrigant. Elles semblent tout à coup ralentir, s’arrêter, revenir en arrière, s’arrêter de nouveau et repartir vers l’avant. C’est ce que l’on appelle le *mouvement rétrograde* des planètes.

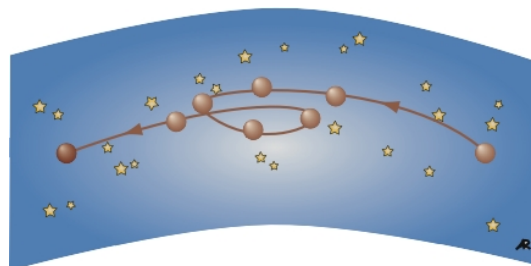


FIG. 13 – Mouvement rétrograde. Sur le fond des étoiles fixes, la planète semble ralentir, revenir sur ses pas, arrêter et repartir de nouveau.

Eudoxe (~408 à ~355) fut le premier à tenter d’expliquer ces phénomènes. Il imagina que la Terre était fixe et que les planètes étaient situées sur un ensemble de sphères transparentes et homocentriques qui tournaient à différentes vitesses autour de la Terre. Les sphères

homocentriques ont un centre commun, la Terre immobile. Elles ont cependant des pôles distincts, les extrémités des pôles d'une sphère étant deux points de la sphère dans laquelle elle est contenue. La rotation des sphères devait expliquer les mouvements célestes apparents. La sphère des fixes tourne d'est en ouest autour du même pôle que l'équateur, et la Lune est sur une sphère dont le pôle est incliné de 5° par rapport au plan de l'écliptique.

Dans son modèle, Eudoxe explique les mouvements rétrogrades des planètes de la façon suivante :

Considérons deux sphères S_1 et S_2 telles que l'axe XY de S_1 est un diamètre de S_2 . Lorsque S_2 tourne autour de l'axe AB , alors l'axe XY de S_1 tourne également. Si les deux sphères tournent à une même vitesse angulaire constante mais en sens contraire, alors un point P à l'équateur de la sphère S_1 décrit une courbe en forme de huit.

Cette courbe est appelée *hippopède* (figure 14), ce qui signifie « promenade du cheval » ou « pas du cheval ».

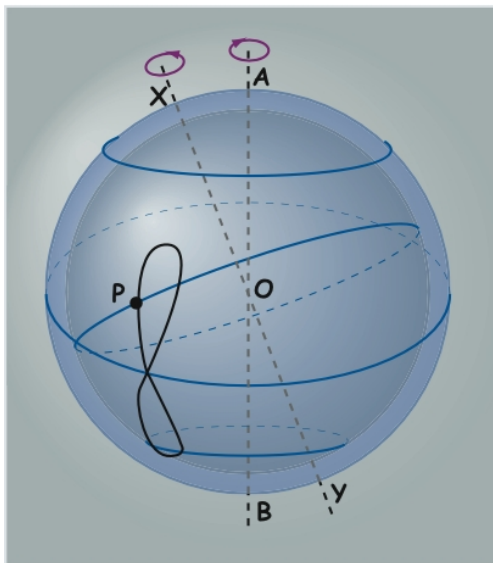


FIG. 14 – Sphères homocentriques dont l'une tourne autour de l'axe AB et l'autre autour de l'axe XY , les points X et Y étant fixés sur la première sphère. La courbe décrite par le point P est l'hippopède.

Eudoxe considère que le point P est une planète. Il ajoute une troisième sphère² pour expliquer le mouvement de la planète sur le fond étoilé, alors que la trajectoire en forme de huit explique le mouvement rétrograde de la planète.

Ces trois sphères étaient situées dans une quatrième sphère pour tenir compte de la rotation journalière des étoiles. Le système complet, décrit par Aristote dans sa *Métaphysique*, contenait 27 sphères dont certaines ont le même diamètre.

Eudoxe semble avoir été surtout intéressé à échafauder une théorie sans tenter de confirmer celle-ci par des prédictions et des observations. Ce système a été adopté par Aristote qui considérait que cette théorie était une description de l'univers physique. Cette caution aristotélicienne a joué un rôle important dans la longévité du système géocentrique.

PHYSIQUE D'ARISTOTE

Pour Aristote, globalement le monde est parfait, même si, localement, il peut y avoir des imperfections. Or, ce qui est parfait doit être incorruptible et ne peut avoir été engendré. Il en conclut que l'Univers a existé de tout temps, il est éternel.

Il considère que l'Univers est divisé en deux parties, le monde supralunaire et le monde sublunaire. Les lois de la physique du mouvement sont distinctes dans chacun de ces mondes. Le monde supralunaire est immuable et parfait, il n'y a aucun changement, sauf le mouvement naturel des sphères qui régit le déplacement des planètes et des étoiles. Ces mouvements naturels sont nécessairement circulaires puisqu'infinis. Les corps célestes, planètes, Lune et Soleil, sont des corps parfaits, ce sont donc des sphères lisses. Les étoiles sont fixes les unes par rapport aux autres et sont fixées sur une sphère qui tourne autour de la Terre. Aristote adopte le modèle des sphères développé par Platon et Eudoxe. Il aborde le problème de l'interaction des sphères. Est-ce que les sphères d'Eudoxe expliquant la trajectoire de la Lune sont indépendantes de celles expliquant la trajectoire du Soleil ? Cela supposerait plusieurs moteurs différents. Aristote ne retient qu'un seul moteur externe, celui donnant le mouvement à la sphère des fixes qui, dans sa rotation, entraîne toutes les autres. Pour que

² Pour voir ces sphères en mouvement, consulter :
<http://hsci.cas.ou.edu/images/applets/hippopede.html>
<http://faculty.fullerton.edu/cmconnell/Planets.html>

cet effet d'entraînement soit possible, il ne peut y avoir de vide entre les sphères.

Le mouvement

Chaque corps du monde sublunaire est constitué des quatre éléments dans des proportions variables³. Lorsqu'il est laissé à lui-même, le corps tend à occuper la place naturelle de son élément dominant. Ainsi, plus un corps est lourd (c'est-à-dire comporte une grande proportion de l'élément terre) plus il tombe rapidement, car sa tendance à occuper son emplacement naturel est très forte. Plus un corps comporte une grande proportion de l'élément feu, plus il s'élève rapidement.

Dans cette région intérieure de l'Univers, des perturbations interviennent souvent, mais lorsque la cause de ces perturbations prend fin, les corps vont reprendre leur place naturelle. Si on lance un objet dans les airs, on lui imprime un mouvement violent, contre nature, et lorsque la cause de ce mouvement violent prend fin, le corps tend à retrouver sa place naturelle. Les deux causes ne peuvent agir simultanément. La composition des mouvements n'est pas concevable.

La conciliation du mouvement régulier d'est en ouest de la sphère des fixes et du mouvement erratique des planètes⁴ pose un défi important à Aristote. Pour respecter l'hypothèse de la perfection du monde supralunaire, les seules figures parfaites auxquelles on peut avoir recours sont la sphère et le cercle. De plus, les vitesses doivent être constantes puisqu'un monde parfait ne peut connaître de changement.

EXCENTRIQUE, ÉPICYCLE ET DÉFÉRENT

Pour expliquer les variations de vitesse et de luminosité, Apollonios de Perga (~262 - ~190), appelé *le grand géomètre*, suppose que l'orbite de chaque planète est décrite par un cercle dont le centre est décalé par rapport au centre de la Terre, d'où l'appellation d'*excentrique* pour décrire ce concept. Cette approche préserve les orbites circulaires, mais n'explique pas toutes les irrégularités.

³Pour plus de détails, voir « Raisonner par l'absurde ? Quelle idée ! », Bulletin de l'AMQ, mars 2005.

⁴Planètos signifie errant et désigne le mouvement erratique des planètes.

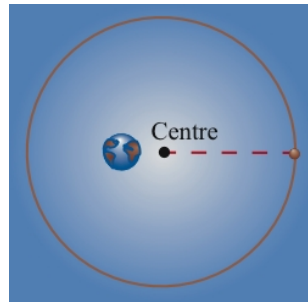


FIG. 15 – Modèle d'Apollonios. La Terre n'est pas parfaitement au centre de l'Univers, ce qui explique les variations apparentes de distance.

Apollonios poursuit en introduisant les notions d'épicycle et de déférent. Selon cette approche, chaque planète se déplace sur un cercle, l'*épicycle*. Le centre de celui-ci se déplace sur un autre cercle, le *déférent*, dont le centre est la Terre.

En ayant recours aux épicycles et déférents, les mouvements demeurent uniformes et circulaires. Ce qui était le but visé par Apollonios, concilier le géocentrisme et les observations tout en préservant la perfection du monde supralunaire.

Dans la figure 16, l'épicycle et le déférent tournent à une même vitesse angulaire de sens antihoraire. La trajectoire obtenue est un cercle décentré qui peut expliquer la variation de distance apparente de la Lune tout en conservant l'idéal d'un monde parfait à vitesse constante sur une trajectoire circulaire due à la rotation d'une sphère sur laquelle la planète est fixée.

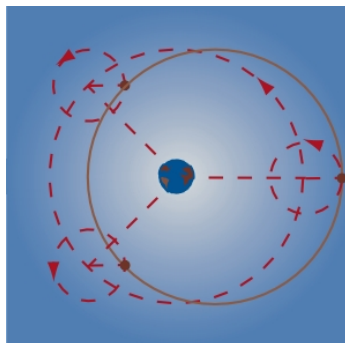


FIG. 16 – Épicycle et déférent. L'épicycle et le déférent tournent à une même vitesse angulaire de sens antihoraire. La trajectoire est un cercle et la Terre n'est pas au centre.

En modifiant le sens et la vitesse de rotation de l'épicycle et du déférent, on peut développer différents modèles d'orbites. Ainsi, à la figure 17, l'orbite est une ellipse.

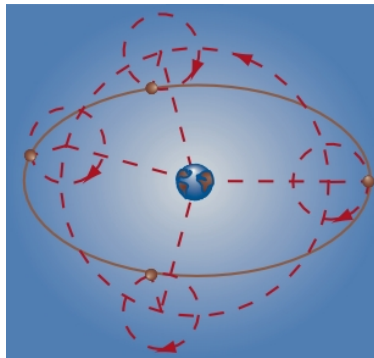


FIG. 17 – Épicycle et déférent. L'épicycle et le déférent tournent à une même vitesse angulaire, l'épicycle de sens horaire et le déférent de sens antihoraire. La trajectoire est une ellipse.

On peut également reproduire des mouvements qui, vus de la Terre, donnent, par rapport au fond étoilé de la sphère des fixes, l'illusion de mouvements rétrogrades.

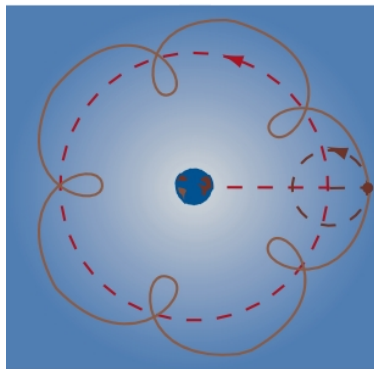


FIG. 18 – Épicycle et déférent. L'épicycle et le déférent sont de sens horaire et l'épicycle a une vitesse cinq fois supérieure à celle du déférent.

Les astronomes ont utilisé les épicycles et les déférents pour concilier le mouvement circulaire, qui peut se poursuivre indéfiniment, et les trajectoires des planètes qui manifestement n'étaient pas assez régulières pour être explicables par une simple révolution des sphères célestes. Cependant, pour décrire certaines irrégularités, il faut introduire plusieurs cercles. Ainsi, l'épicycle peut être en rotation autour d'un cercle qui est lui-même en rotation au-

tour d'un déferent. L'utilisation des épicycles et déferents a été retenue et améliorée par les astronomes Hipparque et Ptolémée.

HIPPARQUE DE NICÉE (~190 à ~120)

Considéré comme le plus grand astronome de toute l'antiquité classique, Hipparque a œuvré à Nicée, à Rhodes et Alexandrie. Son œuvre nous est surtout connue par les ouvrages de Ptolémée. À Rhodes et Alexandrie, il a fait des observations d'une grande rigueur entre ~161 et ~127 à l'aide d'instruments perfectionnés pour l'époque. Il a mis en évidence un grand nombre de phénomènes insoupçonnés avant lui et il a déterminé une valeur de 365 j 5 h 55 min 12 s pour la durée de l'année tropique, valeur bien plus précise que tout ce qui avait été proposé avant lui. La vraie valeur est de 365 j 5 h 48 min 46 s. Il a dressé un catalogue d'au moins 800 étoiles, en notant leurs positions avec précision et en évaluant leurs magnitudes apparentes. Il aurait réalisé ce catalogue dans le but de léguer à la postérité un outil permettant de détecter l'apparition de nouvelles étoiles (novas) ou même le mouvement des étoiles les unes par rapport aux autres⁵.

Les calculs à effectuer ont amené Hipparque à développer une géométrie des cordes qui est l'ancêtre de la trigonométrie moderne.

CLAUDE PTOLÉMÉE (ENVIRON 85 à 165)

Claude Ptolémée est un astronome, mathématicien et géographe grec membre de l'Université d'Alexandrie. Il y fit ses observations de 127 à 141 et publia un ouvrage qui est un exposé complet du système géocentrique. Cet ouvrage fut rédigé en grec au milieu du II^e siècle de notre ère. Une version latine, appelée *Almagestum*, a cependant été connue bien avant. L'imprimerie n'étant pas inventée et l'ouvrage étant imposant, les copies étaient longues à produire et seulement quelques astronomes par siècle auront la chance de le consulter. La traduction latine de la version originale sera éditée pour la première fois en 1515 alors que la version originale en grec ne sera publiée qu'en 1538 à Bâle en Suisse.

Vues de la Terre, les planètes ne semblent pas avoir une vitesse constante. Ptolémée croit

⁵Pour plus de détails sur les travaux d'Hipparque, voir « Cartographie terrestre et céleste », Bulletin de l'AMQ, octobre 2005.

qu'il doit cependant exister un point par rapport auquel le mouvement est uniforme. Il l'appelle « *point équant* ». C'est un point dont la distance au centre du déferent est égale à la distance du centre du déferent au centre de la Terre, soit $EC = CT$.

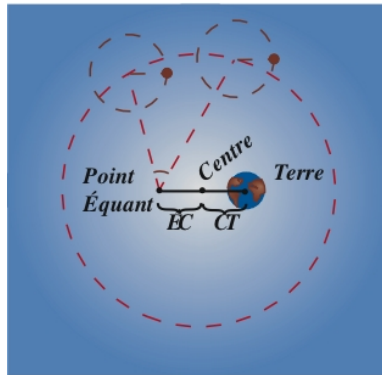


FIG. 19 – Point équant de Ptolémée. Point symétrique à la Terre par rapport au centre de l'Univers.

Le segment de droite joignant le point équant au centre de l'épicycle tourne autour du point équant à une vitesse angulaire constante.

En considérant que le segment de droite joignant le point équant au centre de l'épicycle tourne dans le sens antihoraire à une vitesse angulaire constante ω et que l'épicycle tourne dans le sens horaire à une vitesse 2ω , on obtient l'orbite suivante (figure 20).

Le segment de droite joignant le point équant au centre de l'épicycle décrit un angle constant par unité de temps. On remarque que les distances parcourues par la planète sont différentes durant ces intervalles de temps (figure 20).

Les notions d'excentrique, d'épicycle et de déferent étaient considérées comme des ajustements jugés acceptables du géocentrisme puisque les sphères des planètes ont une épaisseur et que la planète se déplace de la couche inférieure à la couche supérieure en passant de son périégée à son apogée, ce qui explique qu'elle ne soit pas toujours à la même distance de la Terre. Ainsi, le périégée de la Lune était estimé à 33 rayons terrestres (33 rt) alors que son apogée est à 64 rt. L'épaisseur du ciel lunaire est donc de 31 rt. Chaque planète a son ciel et cette superposition de ciels est comparée aux pelures d'un oignon. Les notions d'épicycle

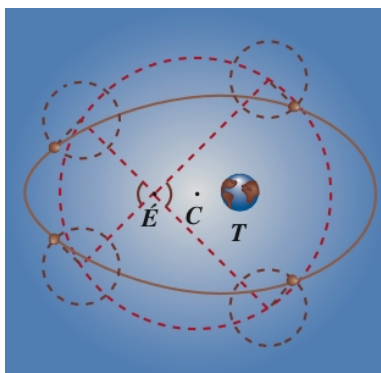


FIG. 20 – Synthèse de Ptolémée. Le segment de droite joignant le point équatorial au centre de l'épicycle tourne autour du point équatorial à une vitesse constante.

et d'excentricité s'harmonisent donc facilement avec la théorie. De plus, ce sont deux façons équivalentes de décrire une même trajectoire comme l'illustre la synthèse de Ptolémée. Dans son mouvement sur l'épicycle, la planète décrit un cercle dont la Terre n'est pas tout fait au centre.

Les artifices imaginés par les astronomes grecs constituent une entorse à la perfection supralunaire. Ces ajustements à la pièce de la théorie rendront celle-ci suffisamment compliquée pour que d'autres astronomes la remettent en question en cherchant un modèle plus simple. En effet, le système de Ptolémée, pour rendre compte des mouvements apparents des planètes, comportait 80 cercles différents (épicycles et déferents). Ces artifices constituaient un rejet implicite du principe du mouvement uniforme et circulaire des corps célestes. Le système de Ptolémée sera d'ailleurs critiqué par certains de ses traducteurs.

BIBLIOGRAPHIE

Astronomy Before the Telescope, Édité par Christopher Walker, The trustees of the British Museum, St. Martins Press, New-York.

Ferguson, Kitty, Measuring the Universe, New-York, Walker and company, 1999, 342 p.

Kline, Morris, *Mathematics, A Cultural Approach*, Reading, Mass. : Addison-Wesley, 1962, 70 p.

Kline, Morris, *Mathematics in Western Culture*, New York, Oxford University Press, 1974, 484 p.

Ptolemy's *Almagest*, translated and annotated by G.J. Toomer, Princeton, Princeton University Press, 1998, 693 p.

Maor, Eli, *Trigonometric Delights*, Princeton, Princeton University Press, 1998, 236 p.

[http ://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/)